人工智能数学原理与算法

实验 4： 类和继承

2025 年 3 月 16 日

目录

定义和使用类
- 二维平面上的点
- 一元多项式

继承
- 近似计算一阶导数的公式
- 继承
- 覆盖

实验 5： 类和继承

定义和使用类

面向对象的软件设计和开发技术是当前软件开发的主流技术，使得软件更易维护和复用。规模较大的软件大多是基于面向对象技术开发，以类作为基本组成单位。

在使用面向对象技术开发软件时，首先通过对软件需求的分析找到问题域中同一类的客观事物，称为对象。把对象共同的属性和运算封装在一起得到的程序单元就是类。类可作为一个独立单位进行开发和测试。以下举例说明。

二维平面上的点

将二维平面上的点视为对象，抽象出其共同的属性和运算，定义一个类表示点。

- 点的属性包括 x 坐标、y 坐标和名称 (默认值为空串)。
- 点的运算包括：
  - 给定坐标创建一个点
  - 沿 x 轴平移
  - 沿 y 轴平移
  - 以另一个点为中心旋转
  - 计算与另一个点之间的距离等

Point2D 类

程序 5.1 的第 2 行至第 34 行定义了一个 Point2D 类。

- 类的定义由“class 类名 (父类)”开始。
- 第 3 行至第 7 行的方法__init__称为构造方法，用来初始化新创建的对象的所有属性。
- 从一个类创建一个对象的语法是在类名后面加上一对圆括号，括号内可为空 (表示无实参) 或包含一些实参。如果实参的数量超过一个，它们之间用逗号分隔。这些实参必须和构造方法中除了 self 以外的那些形参在数量上相同，并且在顺序上一一对应。
- 定义在类内部的函数称为方法。

Point2D 类

- 在一个类中的所有方法中出现的属性都需要使用“对象名.”进行限定。
- self 是一个特殊的对象名，表示当前对象。
- 一个类中的所有方法的第一个形参都是 self。
- 对于一个对象调用其所属类的的方法的语法是在“对象名. 方法名”后面加上一对圆括号，括号内可为空(表示无实参)或包含一些实参。如果实参的数量超过一个，它们之间用逗号分隔。这些实参必须和该方法中除了 self 以外的那些形参一一对应。
- Python 规定了类的一些特殊的方法，这些方法的名称都以 __ 开始和结束。调用这些方法时可以使用简化语法。

一元多项式

程序 5.4 定义了一个类 Polynomial 表示一元多项式。

- 多项式中的每一项的指数和其对应的系数存储在一个字典 poly 中。如果在运算结果中某一项的系数的绝对值小于一个预先定义的阈值 tol，则认为系数等于零，该项消失。
- 程序实现了多项式的加、乘、求值等运算。
- 程序定义了方法__call__。对多项式 p(x) 在 x=t 时求值的语法简化 p(t) 被转换为与其等价的方法调用 p.__call__(t)。
- 程序定义了方法__str__。该方法返回多项式的字符串表示，处理了多种特殊情形使得输出结果符合数学表达习惯。

近似计算一阶导数的公式

利用有限差分可以近似计算函数 $f(x)$ 的一阶导数。以下按照精确度从低到高次序列举公式依次称为一阶向前差分、一阶向后差分、二阶中心差分和四阶中心差分。

$$
\begin{aligned}
f'(x) &= \frac{f(x+h)-f(x)}{h} + O(h) \\
f'(x) &= \frac{f(x)-f(x-h)}{h} + O(h) \\
f'(x) &= \frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h} + O(h^2) \\
f'(x) &= \frac{4}{3}\frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h} - \frac{1}{3}\frac{f(x+2h)-f(x-2h)}{4h} + O(h^4)
\end{aligned} \tag{1}
$$

继承

如果每个公式都用一个类实现，则这些类都有属性 f 和 h，并且它们的构造方法是相同的。对于每个公式，都需要比较其计算结果和精确结果的差别。这就导致了大量重复代码。

面向对象编程范式提供了继承机制，新类可从已有类获得属性和方法并进行扩展，实现了代码的重复利用。新类称为子类或派生类。已有类称为父类或基类。

可为这些公式类定义一个共同的父类 Differentiation，该类定义了初始化属性 f 和 h 的构造方法和比较结果的方法。通过继承，这些公式类可以获得这些属性和方法。 程序 5.5

覆盖

子类可以对父类进行功能上的扩展，例如在子类中定义父类中没有的属性和方法。子类还可以重新定义从父类继承的方法，称为覆盖 (overriding)。覆盖的规则是子类中定义的某个方法和父类中的某个方法在名称、形参列表和返回类型上都相同，但方法体不同。

若一个子类定义了构造方法，则子类定义的构造方法覆盖了其父类的构造方法，此时若子类如果仍然需要从其父类继承属性，子类的构造方法必须包含语句 super().__init__()；若一个子类未定义构造方法，则继承了其父类的构造方法，因此自动从其父类继承属性。 程序 5.7

实验 5： 函数和模块

本实验的目的是掌握以下内容：定义和调用函数，创建和使用模块。

在 Blackboard 系统提交一个文本文件 (txt 后缀)，文件中记录每道题的源程序和运行结果。

1. 表示有理数的类

有理数的一般形式是 a/b，其中 a 是整数，b 是正整数，并且当 a 非 0 时 $|a|$ 和 b 的最大公约数是 1。实现 Rational 类表示有理数和其运算算。程序 5.8 已列出了部分代码，需要实现标注了“to be implemented”的函数。Rational 类的属性 nu 和 de 分别表示分子和分母。函数__add__、__sub__、__mul__和__truediv__分别进行加减乘除运算，然后返回一个新创建的 Rational 对象作为运算结果。函数__eq__、__ne__、__gt__、__lt__、__ge__和__le__比较两个有理数，返回一个 bool 类型的值。这些函数对应的比较运算符分别是：==、!=、>、<、>=、<=。

1. 表示有理数的类

例如表达式 Rational(6, -19) > Rational(14, -41) 在求值时被转换成方法调用 Rational(6, -19).__gt__(Rational(14, -41))。函数 test 测试这些函数。gcd 函数要求形参 a 和 b 都是正整数，如果其中出现 0 或负数，递归不会终止。

2. 定积分的数值计算

函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上的定积分可用区间内选取的 $n+1$ 个点 x_i $(i=0,1,...,n)$(称为积分节点) 上的函数值的加权和近似计算:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \sum_{i=0}^{n} w_i f(x_i)$$

其中 w_i 是函数值 $f(x_i)$ 的权值，称为积分系数。不同的数值计算公式的区别体现在积分节点和积分系数上。

2. 定积分的数值计算

公式名称	积分节点的坐标和积分系数
复合梯形公式	$x_i = a + ih \quad \text{for} \quad i = 0, \ldots, n, \quad h = \frac{b-a}{n}$, $w_0 = w_n = \frac{h}{2}, \quad w_i = h \quad \text{for} \quad i = 1, \ldots, n-1$
复合辛普森公式 n 必须是偶数 若输入的 n 是奇数，则执行 $n = n + 1$	$x_i = a + ih \quad \text{for} \quad i = 0, \ldots, n, \quad h = \frac{b-a}{n}$, $w_0 = w_n = \frac{h}{3}, \quad w_i = \frac{2h}{3} \quad \text{for} \quad i = 2, 4, \ldots, n-2$, $w_i = \frac{4h}{3} \quad \text{for} \quad i = 1, 3, \ldots, n-1$
复合高斯-勒让德公式 n 必须是奇数 若输入的 n 是偶数，则执行 $n = n + 1$	$x_i = a + \frac{i+1}{2}h - \frac{\sqrt{3}}{6}h \quad \text{for} \quad i = 0, 2, \ldots, n-1$, $x_i = a + \frac{i}{2}h + \frac{\sqrt{3}}{6}h \quad \text{for} \quad i = 1, 3, \ldots, n$, $h = \frac{2(b-a)}{n+1}, \quad w_i = \frac{h}{2}, \quad \text{for} \quad i = 0, 1, \ldots, n$

表: 定积分的几种数值计算公式

2. 定积分的数值计算

在程序 5.9 中实现 Integrator 类的 integrate 方法和它的三个子类，分别对应表中的三种公式。在每个子类中只需覆盖父类的 compute_points 方法计算并返回两个列表，它们分别存储了所有积分节点的坐标和积分系数。test() 函数用函数 $f(x) = (x\cos x + \sin x)e^{x\sin x}$ 和它的解析形式的积分函数 $F(x) = e^{x\sin x}$ 测试这三个公式的精确度。